DISEÑO DE UNA RED DE DISTRIBUCIÓN PARA UNA EMPRESA MINORISTA: CASO DE ESTUDIO

Martha Felicitas Quiroz Flores [1]; Lourdes Loza Hernández [2]; Ma. De Lourdes Nájera López [3]; Leticia Araceli Osorio Jaramillo [4]

[1−4]Maestría en Ingeniería de la Cadena de Suministro; Facultad de Ingeniería. Universidad Autónoma del Estado de México.

[1]*mf.quirozf@gmail.com https://orcid.org/0000-0002-4904-8609*;
[2]*llozahe@gmail.com;* [3]*malourdesnl@yahoo.com;* [4]*laraceli.osorio@hotmail.com*

RESUMEN

Los problemas de ruteo de vehículos (VRP) tienen diversas aplicaciones en la industria debido a que son importantes para el correcto funcionamiento de los sistemas logísticos.

En la empresa caso de estudio, actualmente no se cuenta con una gestión adecuada de recursos, ya que la forma en que se asignan las rutas de transporte es de acuerdo con la experiencia de los trabajadores, quienes desconocen los requerimientos de los puntos de entrega, ocasionando entregas fuera de tiempo o entregas incompletas. Con el fin de cumplir los requerimientos de los puntos de entrega, es necesario proponer un plan de distribución que garantice las entregas de los requerimientos al menor costo.

Para proponer una solución factible a los problemas del ruteo de vehículos se utiliza el heurístico de Clarke & Wright, el cual se compara contra la utilización de un modelo matemático exacto. Posteriormente se comparan los resultados de las diferentes aplicaciones. El objetivo de este trabajo es determinar la red de distribución de mercancías para disminuir los costos de transporte de la empresa y presentar al personal de la empresa, una herramienta de toma de decisión para un mejor aprovechamiento de la flota de vehículos. También se muestra un acercamiento del trabajo futuro en el que se desarrollará un modelo matemático con ventanas de tiempo.

Palabras clave: *Problema de ruteo de vehículos, Clarke & Wright algoritmo, distribución de mercancías, modelos matemáticos exactos.*

ABSTRACT

Vehicle routing problems (VRP) have various applications in the industry because they are important for the proper functioning of logistics systems.

In the case study company, there is currently no adequate management of resources, since the way in which transport routes are assigned is in accordance with the experience of the workers, who are unaware of the requirements of the delivery points, causing deliveries out of time or incomplete deliveries. In order to meet the requirements of the delivery points, it is necessary to propose a distribution plan that guarantees the deliveries of the requirements at the lowest cost.

To propose a feasible solution to vehicle routing problems, the Clarke & Wright heuristic is used, which is compared against the use of an exact mathematical model. Subsequently, the results of the different applications are compared. The objective of this work is to determine the distribution network of merchandise to reduce the company's transport costs and to present to the company's staff, a decision-making tool for better use of the vehicle fleet. Also, it shows an approach to the future works where will develop a mathematical model with time windows.

Keywords: *Vehicle routing problem, Clarke & Wright algorithm, freight distribution, exact mathematical model.*

Aceptado: 14 de noviembre del 2021

Publicado: 08 de diciembre del 2021

1. INTRODUCCIÓN Y ANTECEDENTES

Las herramientas para la solución de problemas relacionados con el transporte de mercancías tienen diversas aplicaciones en la industria, debido a que los problemas de transporte son de suma importancia para el correcto funcionamiento en los sistemas logísticos y con frecuencia son tratados como problemas de interés económico, ya que se busca generar soluciones que minimicen aspectos como el tamaño de las rutas, el número de vehículos, los tiempos de traslado, entre otros. Es por esto, que a lo largo de los años se han desarrollado diversos métodos para solucionar los problemas de ruteo de vehículos (Vehicle Routing Problem o VRP).

El VRP puede definirse como el problema de diseño de rutas de entrega a menor costo, donde cada ruta comienza y termina en un depósito central que cuenta con una flota de vehículos y debe atender a un conjunto de clientes distribuidos geográficamente, cada cliente es atendido una sola vez, por lo que se asignan vehículos que llevarán la demanda sin exceder la capacidad máxima de transporte y la longitud de la ruta [1].

El VRP es uno de los principales problemas de la investigación de operaciones, el cual tiene múltiples aplicaciones en transporte, producción, telecomunicaciones, entre otros [2]. El primer problema que se presentó fue por Dantzing y Ramser [3] donde describen una aplicación de la entrega de gasolina a las estaciones de servicio, proponiendo la primera formulación de programación matemática y un algoritmo de aproximación.

El tiempo y esfuerzo computacional requerido para resolver este problema aumenta exponencialmente respecto al tamaño del problema, es decir, la cantidad de nodos a ser visitados por los vehículos [4]. Para este tipo de problemas a menudo es deseable obtener soluciones aproximadas, suficientemente rápido y buenas para llegar a ser útiles en la toma de decisiones.

ANTECEDENTES DEL VRP

Los problemas de ruteo de vehículos son tan variados en la industria ya que presentan múltiples restricciones. Para estos problemas existen variantes que los caracterizan para su aplicación, sin embargo, sus principales elementos son tres [5]. En general un VRP consta de los siguientes elementos:

- Clientes.
- Vehículos.
- Depósitos.

Cuando se tienen diferentes puntos de entrega, da a lugar a diferentes características de los clientes, depósitos y los vehículos, además las distintas restricciones que se presentan dan origen a distintas variantes del VRP, por lo que la asignación de rutas es siempre distinta y aún más porque el VRP es dinámico [6].

En la Figura 1, se muestra un ejemplo del resultado deseado de una red de distribución, además de presentar los elementos principales del modelo.

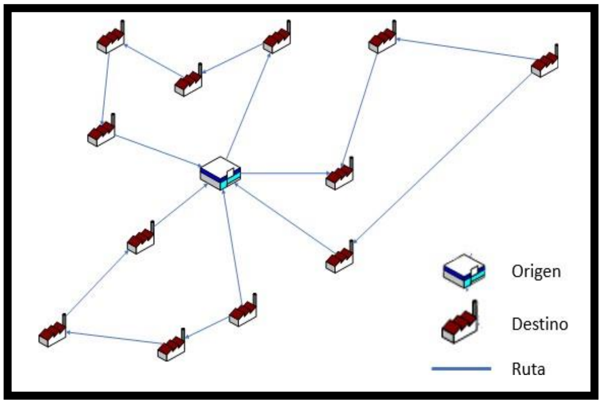

Figura 1. Elementos principales del VRP

CVRP- VRP CAPACITADO

La versión básica del VRP es el VRP Capacitado (CVRP) [1], que por las características de la empresa es el que se utiliza para encontrar una solución al problema.

En el CVRP se entrega a todos los clientes mediante demandas deterministas que se conocen de antemano. La flota de vehículos tiene como origen un depósito central y la restricción viene dada por la capacidad de los vehículos. El objetivo es minimizar el costo total de atender a todos los clientes.

ALGORITMOS PARA LA RESOLUCIÓN DEL VRP

Los algoritmos utilizados para la resolución del problema de optimización, ya sea global o local, así como el tipo de algoritmo que se utiliza [8].

Generalmente, los algoritmos se pueden clasificar ampliamente en tres métodos, los cuales se muestran en la Figura 2:

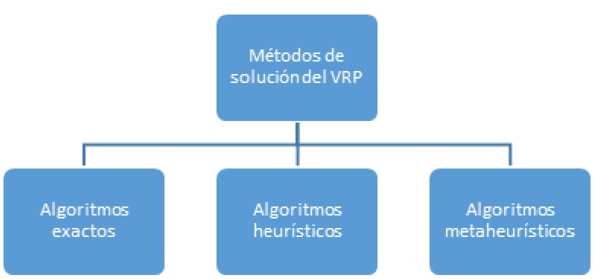

Figura 2. Clasificación de métodos de solución del VRP

ALGORITMOS EXACTOS

Son aquellos que parten de alguna formulación de programación lineal entera, llegando a una solución factible entera. Debido a que el problema de ruteo de vehículos es complejo, no existe algún tipo de algoritmo determinístico que garantice encontrar la óptima solución dentro de un tiempo de procesamiento computacional razonable, exceptuando únicamente problemas pequeños [9].

ALGORITMOS HEURÍSTICOS

Los heurísticos son procedimientos que proporcionan soluciones de aceptable calidad mediante una exploración limitada del espacio de búsqueda. Las investigaciones sobre los métodos de aproximación han producido a lo largo de los años una amplia variedad de enfoques heurísticos para el VRP [10].

ALGORITMOS METAHEURÍSTICOS

Los algoritmos metaheurísticos son utilizados en problemas que no cuentan con un algoritmo confiable que pueda dar una solución eficaz, ya sea por la complejidad del problema o falta de estudios en la resolución del problema [11].

El documento contiene cinco apartados, el siguiente a este es el apartado dos en el que se muestra detalles del caso de estudio y la metodología a utilizar en el desarrollo del trabajo; el apartado tres presenta y compara los resultados obtenidos de la aplicación de la metodología; en el apartado cuatro se muestran las conclusiones y finalmente en el apartado cinco se muestran los trabajos futuros.

2. CASO DE ESTUDIO Y METODOLOGÍA

2.1 Caso de Estudio

Este caso de estudio se desarrolla en una empresa minorista, la cual cuenta con un centro de distribución desde donde se envía la mercancía a los puntos de venta.

Actualmente la asignación de rutas para la entrega de mercancía a las unidades internas es de acuerdo con la experiencia del personal que realiza la actividad, lo cual muestra que no se siguen métodos cuantitativos que ruteo de vehículos son variados en términos de procedimientos, tiempos de resolución y enfoque de permitan la asignación óptima de los recursos como personal (rotación de vehículos, de rutas, puntos de entrega), capacidad de los vehículos, tipo de mercancía, horarios de entrega, insumos de transporte, distancias y tiempos de traslado. Además, se desprecian los costos que se generan por realizar la actividad de forma intuitiva. También existe alteración en los horarios del personal por realizar las entregas fuera de tiempo.

Por lo tanto, la empresa requiere un diseño de rutas para modificar su red de distribución y obtener una adecuada, que permita minimizar los costos de transporte por entregar en cada uno de los puntos de venta y respetando la capacidad de los vehículos.

Como aplicación de los conocimientos obtenidos durante la Maestría en Ingeniería de la Cadena de Suministro y como primer acercamiento a la solución, se usa el algoritmo Clarke & Wright al ser parte de los métodos cuantitativos revisados como parte del plan educativo. Este caso de estudio no se limita a solo aplicar este heurístico, sino también se busca la solución mediante el modelo matemático y el uso de Python, y posteriormente se pretende obtener una solución al modelo matemático con ventanas de tiempo, y el uso de otras herramientas de solución.

2.2 Identificación de los parámetros del modelo

A continuación, se enlistan los datos de entrada a considerar en el diseño de rutas:

- Objetivo: minimizar costos de transporte, respetando la capacidad de los vehículos.
- Datos de clientes: Se considera un total de 29 puntos de venta (clientes). Para cada uno de ellos se incluyen: ubicación geográfica, demanda y distancia desde el CEDIS y hacia cada punto de venta. La Figura 3 muestra la localización de los puntos de venta.

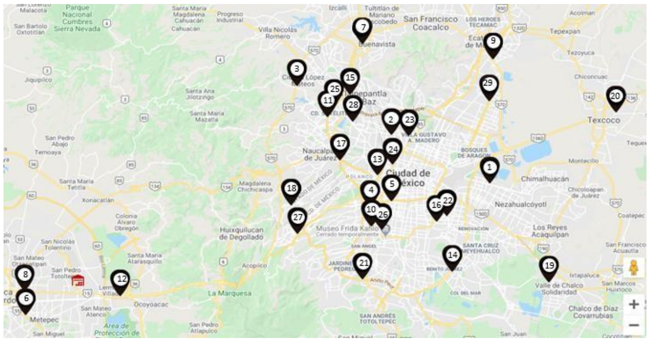

Figura 3. Localización de puntos de venta

- Tamaño de flota conocido: la cantidad de vehículos por tipo se detalla y las capacidades de cada vehículo se especifican en la tabla 1.*Tabla 1. Cantidad de vehículos y capacidades.*

Vehículo	Número de vehículo (K)	Capacidad del Vehículo (Q)
SPRINTER CARGO VAN 1	K1	Q1 = 1500
SPRINTER CARGO VAN 2	K2	Q2 = 1500
ELF 400	K3	Q3 = 4000
ELF 200E 1	K4	Q4 = 2000
ELF 200E 2	K5	Q5 = 2000
ELF 200E 3	K6	Q6 = 2000

- Entrega en 29 puntos de venta.
- Un Centro de distribución, que será considerado como el nodo 1.
- La demanda es determinística, ya que se conoce con antelación, y el Centro de Distribución recibe las indicaciones de lo que se enviará a cada punto de venta, por lo que la demanda no es analizada. Cuando cada ruta de entrega llega a su nodo final, las rutas regresan al centro de distribución.
- La distancia entre todos y cada uno de los puntos de venta y el CEDIS, se obtuvo con Google Maps. Se toma la ruta más corta con dos mediciones, en una hora normal y una hora pico de tráfico, del cual se tomó el promedio para no sesgar los valores, los cuales se muestran en la Figura 4.

No.	0	1	2	3	4	5	6	7
0		74	60	67	76	60	14	76
1	74		21	42	24	24	76	34
2	60	21		24	30	17	75	28
3	67	42	24		47	30	73	46
4	76	24	30	47		12	73	11
5	60	24	17	30	12		71	9
6	14	76	75	73	73	71		70
7	76	34	28	46	11	9	70	

Figura 4. Matriz de distancias, se muestran solo para los primeros siete nodos.

La mayor parte del costo que involucra la operación corresponde al consumo de combustible. Este costo lo nombraremos como Cij (costo involucrado en ir del nodo i al nodo j).

Según las características de la flotilla de vehículos los motores de estos usan Diesel para funcionar. El consumo (lt/km) de Diesel del vehículo fue proporcionado por la empresa de acuerdo con datos históricos de desempeño, y fue calculado con la Ecuación 1:

$$Costo\ de\ combustible = Consumo\ (\text{lt}/km) * Precio\ de\ combustible\ (\$\text{lt}) \qquad (1)$$

Se determinó para una unidad Isuzu ELF 200 que por cada

0.16 litro de Diesel se recorre un kilómetro. El precio del Diesel se determinó de acuerdo con el precio del mes noviembre de 2019, el precio por litro es $21.03. Entonces utilizando la Ecuación 1 se tiene que:

$$Costo\ de\ combustible = 0.16\ (lt/km) * 21.03\ (\$/lt) = 3.36\ (\$/km) \quad (2)$$

La matriz de costos de acuerdo con estos cálculos se presenta en la Figura 5.

No.	0	1	2	3	4	5	6	7
0		247	203	225	255	203	48	254
1	247		72	142	79	81	256	114
2	203	72		80	100	59	252	93
3	225	142	80		159	102	244	154
4	255	79	100	159		41	244	36
5	203	81	59	102	41		239	31
6	48	256	252	244	244	239		236
7	254	114	93	154	36	31	236	

Figura 5. Matriz de costos, se muestran solo para los primeros siete nodos.

MODELO MATEMÁTICO DEL CVRP

El modelo matemático, de acuerdo con [1], para el CRVP es una formulación de flujo de vehículos de dos índices que utiliza O (n^2) variables binarias *x* para indicar si un vehículo atraviesa un arco en la solución óptima. En otras palabras, la variable x_{ij} toma el valor 1 si el arco (i, j) ∈ A pertenece a la solución óptima y toma el valor 0 en caso contrario.

VARIABLES DE DECISIÓN

xij: uso del arco *i* al *j*.

PARÁMETROS

c*ij*: Costo de ir al nodo i al nodo j, donde *i* = 1,2,…,29 y *j*= 1,2,…,29.
tij: Sea el tiempo de viaje de *i* a *j*. *Q:* capacidad del vehículo k.

Basado en los parámetros descritos anteriormente, a continuación, se muestra la formulación matemática del modelo [1]:

$$Min \sum_{i \in V} \sum_{j \epsilon V} c_{ij}\, x_{ij} \quad \forall\ i, \{1,2, \dots, 29\} \wedge \forall\ j, \{1,2 \dots 29\} \in V \quad (5)$$

Sujeto a:

$$\sum_{j=1}^{29} x_{0j} = Q_K \qquad \forall\ K\{1,2, \dots, 6\} \quad (9)$$

$$\sum_{i \notin S} \sum_{j \in S} x_{ij} \geq r(S), \forall\ S \subseteq V \setminus \{0\}, S \neq 0 \quad (10)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \forall\ i, j \in V \quad (11)$$

$$\sum_{i=1}^{29} xij = 1 \qquad \forall\ j\ \{1,2, \dots, 29\} \in V \setminus \{0\} \quad (6)$$

$$\sum_{j=1}^{29} xij = 1 \qquad \forall\ i\ \{1,2, \dots, 29\} \in V \setminus \{0\} \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^{29} xi0 = QK \qquad \forall\ K\{1,2, \dots, 6\} \quad (8)$$

2.3 Heurística de Clarke & Wright

Como primer acercamiento a la solución del modelo matemático, se usa la heurística del Clarke & Wright. Es la heurística clásica más significativa para el VRP. Esta heurística es un procedimiento simple que realiza una exploración limitada del espacio de búsqueda y da una solución de calidad aceptable en tiempo de cálculo moderado [12].

El heurístico es aplicado en la red de distribución del caso de estudio, con el fin de buscar rutas factibles y tener un costo mínimo total.

A continuación, se describe el procedimiento del algoritmo de Clarke & Wright, así como las variables, constantes e índices utilizados durante su ejecución [13].

i nodo denominado como cliente inicial

∀ i = 1, 2, 3, …, n

j nodo denominado como cliente final.

∀ j = 1, 2, 3, …, n; i≠j

n cantidad de nodos.

O nodo inicial y nodo final.

Dij matriz de distancia entre el nodo i y el nodo j. Sij matriz de ahorros entre el nodo i y el nodo j. Ri ruta a la que pertenece el nodo i.

Rj ruta a la que pertenece el nodo j.

Pasos para la creación del algoritmo de Clarke & Wright

Paso 1

- Crear la matriz de ahorros S, usando la Ecuación 3:

$$S_{ij} = D_{0i}+D_{0j}-D_{ij};\ \forall\ i, j=1, 2, \dots, n \wedge i \neq j \quad (3)$$

- Crear *n* rutas de la forma (0, i, 0), ∀ i=1, 2, …, *n*
- Crear una matriz S´ = S.

Paso 2

- Escoger el máximo valor de la matriz Sij;

$$\text{Max } S_{ij}=S_{i^*j^*} \quad (4)$$

- Si i* es el último cliente visitado en la ruta Ri*j* es el primer cliente visitado en la ruta Rj* y se cumplen todas las restricciones:
- Unir la ruta Ri* con la ruta Rj*.
- Asignar S ←S´.
- Eliminar los arcos Si*j* ya utilizados en las rutas creadas.
- Caso Contrario eliminar Si*j* de la matriz S.

Paso 3

- Si S ≠ 0, ir al paso 2; caso contrario FIN.

3. RESULTADOS

3.1 Aplicación del algoritmo Clarke & Wright y análisis de resultados

De la matriz de distancias se obtiene la primera solución, con un recorrido de 3,616 kilómetros y requerimiento de 29 vehículos. Al multiplicar el costo de combustible por kilómetro recorrido por cada distancia de los nodos de la solución inicial, dando como resultado el costo para cada ruta cuyo impacto total es de $12,166.

Rutas generadas por el algoritmo Clarke & Wright

El primer arco que se analiza es el 9-22, que genera la ruta: 0-9-22-0 con un costo acumulado de: *308 + 38 + 261 = $ 607*, y con una demanda a cubrir de: *11 + 7 = 18* cajas. Esta ruta es factible, pues respeta las restricciones del problema y mejora la solución anterior.

En la Tabla 2 se muestran las rutas que se generaron al utilizar el algoritmo de ahorros. Como se puede observar, de las 29 rutas que se tenían en la primera solución, con este algoritmo se generaron 3 rutas las cuales cumplen con las restricciones de capacidad.

Tabla 2. Rutas generadas con Algoritmo Clarke & Wright.

Ruta	Nodos	Capacidad utilizada	Costo Total (MXN)
1	0-9-22-16-24-1-20-21-7-14-15-23-19-10-0	100%	$1,503
2	0-6-8-2-29-13-26-4-5-17-25-27-12-0	94%	$744
3	0-11-28-3-18-0	28%	$539

La figura 6 muestra la ruta 2 generada:

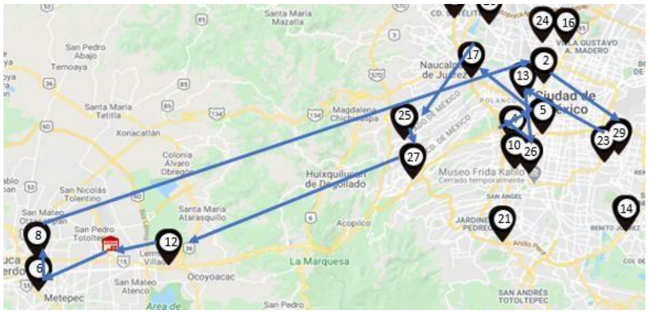

Figura 6. Ruta generada mediante algoritmo Clarke & Wright

La solución final del método de Clarke & Wright consiste en 3 rutas que acumulan un costo total de recorrido de $2,786, la cual mejora a la primera solución que mantenía un costo total de recorrido de $12,166, con una distancia total, recorrida de 539.6 km, la cual puede ser transitada dentro del horario de trabajo del personal de distribución de mercancía.

Además, el número de vehículos disminuye a 3 unidades, respetando en todas las rutas las restricciones de no llevar más de 125 cajas.

3.2 Resultados con método exacto

Para resolver el modelo matemático VRP, se utilizó la utilidad ORP Tools [15] en el software Python 3.7.2, modificando los parámetros según el caso de estudio. Los cálculos se realizaron en una computadora personal con un procesador Intel (R) Core (TM) i5-2520M @ 2.50 GHz 2.5 GHz 4.00 GB.

La Figura 7 muestra los resultados obtenidos en Python:

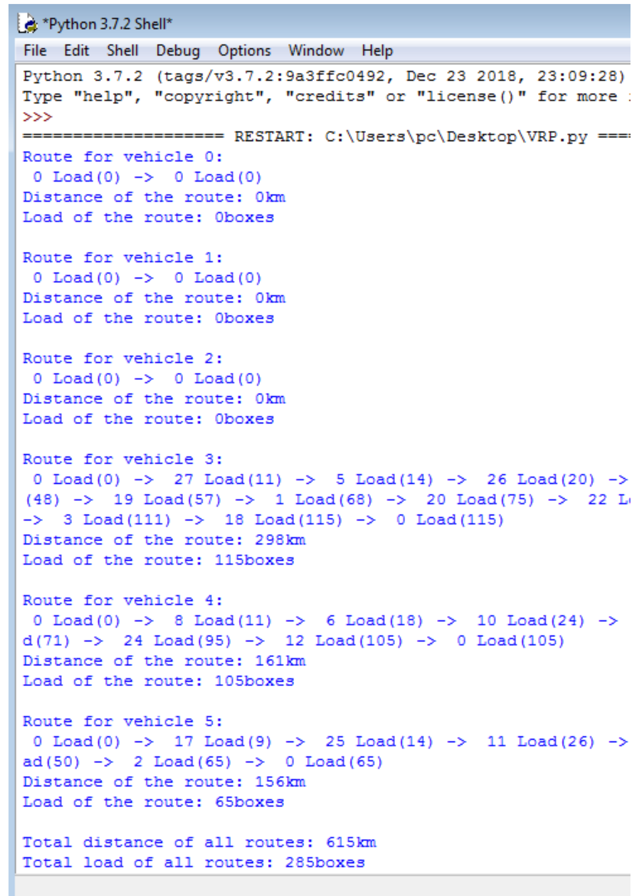

Figura 7. Resultados obtenidos en Python

La siguiente tabla contiene las rutas que se generaron utilizando el modelo matemático. Con este modelo se generaron 3 rutas, las cuales cumplen con las restricciones de capacidad.

Tabla 3. Rutas generadas con método exacto.

Ruta	Nodos	Capacidad utilizada	Costo Total (MXN)
1	0-27-5-26-7-4-14-19-1-20-22-9-21-3-18-0	92 %	$1001
2	0-8-6-10-13-23-16-24-12-0	84 %	$541
3	0-17-25-11-28-29-15-2-0	52 %	$524

A partir de la tabla, los costos totales muestran que incluso la capacidad utilizada no es hasta el 100%, estos son menores que el costo total obtenido de la heurística de Clarke & Wright.

El VRP es un problema altamente combinatorio, por lo que la búsqueda de una solución óptima se convierte en un problema desafiante. Encontrar una solución óptima requiere algoritmos que consuman un tiempo de cálculo elevado. El VRP es uno de los problemas en los que un aumento en el número de nodos supone un aumento exponencial del tiempo de ejecución, y supera rápidamente las capacidades de cálculo de las computadoras más potentes, por lo que utilizando un algoritmo que sacrifica la solución óptima por un menor tiempo de ejecución, como el caso del algoritmo de Clarke & Wright, reduce el tiempo y nos da una solución aceptable, sin embargo, los modelos matemáticos obtuvieron la solución óptima al problema.

Es importante aclarar que los datos analizados pertenecen a una demanda promedio diaria, por lo que el resultado obtenido de la aplicación de la heurística de Clarke-Wright no siempre será el mismo porque la demanda no es constante. A partir del análisis de resultados, se muestra que la aplicación de la heurística permite una mejora en el uso de los recursos y apoya la toma de decisiones del personal correspondiente en la empresa, ya que, aunque la práctica empírica prevalece en algunas empresas es necesario mostrar a través de aplicaciones prácticas que las herramientas que ofrecen los métodos cuantitativos de la cadena de suministro permiten una mejor toma de decisiones.

La aplicación de la heurística de Clarke & Wright mejora el aprovechamiento de los recursos de la empresa, como: mano de obra, vehículos en uso y suministros, a partir de ahora los vehículos tendrán un mejor porcentaje de uso y podrán ser canalizados a otra actividad que amerite su uso. (rendimiento del vehículo), pero la solución óptima se obtiene del modelo matemático, el cual muestra una minimización de los costos de la empresa y que el porcentaje de uso de los recursos está por debajo del 95%.

4. CONCLUSIONES

En relación con los resultados obtenidos, se concluye que con la aplicación del algoritmo de ahorro y modelos matemáticos que presenta el problema de distribución de la empresa, se logra:

- Cumplir con el objetivo propuesto: mejorar la red de distribución,
- Reducir el número de vehículos en la ruta de entrega,
- Aprovechar al máximo la flota de vehículos,
- Generar 3 rutas factibles según el algoritmo de ahorro y el modelo matemático.
- Aplicación de métodos cuantitativos como herramientas que permitan la definición de rutas para la distribución de

mercancías,

- Reorganizar la forma actual de operar las empresas, generando ahorros de costos.

Los resultados muestran que los costos totales obtenidos del modelo matemático son mejores que el costo total obtenido de la heurística de Clarke & Wright. La capacidad de los vehículos tiene un mejor equilibrio con la solución del modelo matemático, sin embargo, la heurística de Clarke & Wright es más fácil de manejar para las personas de la empresa.

El desarrollo de este trabajo sirve como herramienta para los tomadores de decisiones en el área de distribución de mercancías de la empresa de estudio de caso.

Para la heurística de Clarke & Wright el software llegó a ser alcanzado por el presupuesto de la empresa y de fácil uso para el personal que ejecuta esta actividad, lo anterior con el objetivo de motivar el uso de nuevas tecnologías y métodos cuantitativos para facilitar las actividades diarias y mejorar el uso de los recursos cumpliendo con las expectativas de los clientes (puntos de venta) brindándoles un mejor servicio. Para los modelos matemáticos el software es una herramienta cuantitativa especial que implicaría mayor inversión de capital por parte de la empresa lo que en este momento limitaría su implementación, además de que su manejo requiere de personal especializado o la capacitación del actual personal.

5. TRABAJOS FUTUROS

Para proponer una solución factible al problema del ruteo de vehículos de la empresa, se está desarrollando un modelo en el que se agregue al problema una restricción relacionada con las ventanas de tiempo, y comparar los resultados de las diferentes aplicaciones.

PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS CON VENTANAS DE TIEMPO (VRPTW)

En este problema cada cliente i es servido por un vehículo en un intervalo de tiempo definido o ventana de tiempo, denotada como [ai; bi]. Para que un vehículo pueda dar servicio a un cliente, este debe llegar antes del inicio de la ventana de tiempo o dentro de la misma, pero si llegara después de la ventana de tiempo, entonces ya no es posible brindar el servicio [14].

La mayor parte del esfuerzo se ha dirigido al problema operacional de determinar el mejor conjunto de rutas y horarios. En presencia de ventanas de tiempo, los costos totales de ruteo no sólo incluyen el total de distancia y tiempo de viajes, sino también el costo del tiempo de espera en que se incurre cuando un vehículo llega antes a un cliente para cargar o descargar [7].

MODELO MATEMÁTICO DEL VRPTW

El VRPTW está formado por redes de distribución en las cuales encontramos el centro de distribución y los puntos de venta, donde se deben considerar las rutas que construirán la red, considerando las características del problema como capacidad, llegadas, tiempos, etc. Para este caso de estudio, se cuenta con un centro de distribución o depósito y varios clientes o puntos de venta. A continuación, se identifican los componentes del modelo matemático a utilizar [1].

El VRPTW se puede definir en un grafo dirigido G = (V, A) donde |V| = 31, y el depósito está representado por los dos vértices 0 y 31. Las rutas viables del vehículo comienzan en el vértice 0 y terminan en el vértice 30.

VARIABLES DE DECISIÓN

$$x_{ij}^k = \begin{cases} 1, \text{ si y solo si el arco } (i, j) \text{ se usa por el vehículo } k \\ 0, \textit{ en otro caso} \end{cases}$$

w_{ij}^k : indica la hora en la que el vehículo *k* comienza a dar servicio al vértice *i*.
$\delta^+(i) = \{j : (i, j) \in A\}$
$\delta^-(j) = \{i : (i, j) \in A\}$

PARÁMETROS

c_{ij}: Costo de ir al nodo i al nodo j, donde i = 1, 2,…, 29 y j= 1,2,…,29.
s_i: Tiempo de servicio en *i*.
t_{ij}: Sea el tiempo de viaje de *i* a *j*.
a_i: conocido como el momento más temprano en el que el cliente puede ser visitado.
b_i: el momento más lejano o tardío en el que el cliente puede recibir visitas.

$$x_{ij}^k (w_i^k + s_i + t_{ij} - w_j^k) \le 0 \tag{16}$$

$$(k = 1,2,\dots,6;\ i = 1,2,\dots,29;\ j = 1,2,\dots,29) \tag{17}$$

$$a_i \le w_i^k \le b_i \quad (k = 1,2,\dots,6;\ i = 1,2,\dots,29) \tag{18}$$

$$\sum_{i=1}^{29} q_i \sum_{j\in\delta^+(i)} x_{ij}^k \le Q_k \qquad (k = 1,2,\dots,6) \tag{19}$$

$$x_{ij}^k \in \{0,1\} \qquad (k = 1,2,\dots,6;\ i = 1,2,\dots,29;\ j = 1,2,\dots,29) \tag{20}$$

Como trabajos futuros se está trabajando para desarrollar un modelo que incluya la restricción de las ventanas de tiempo y pueda ser resuelto mediante software, que a su vez sea de fácil aplicación en la empresa.

6. REFERENCIAS

[1] P. Toth and D. Vigo, *“Vehicle Routing,”* Univ. Bol., pp. 1– 69, 2014, doi: ISBN 978-1-611973-58-7.

[2] G. Laporte, *“Fifty years of vehicle routing,”* Transp. Sci., vol. 43, no. 4, pp. 408–416, 2009, doi: 10.1287/trsc.1090.0301.

q_i: demanda del cliente *i*.
Q: capacidad del vehículo k.

Minimizar: Z = 6 29 29

[3] G. B. Dantzig and J. H. Ramser, *"The Truck Dispatching Problem,"* Manage. Sci., vol. 6, no. 1, pp. 80–91, 1959, doi: 10.1287/mnsc.6.1.80.

[4] E. Alba and B. Dorronsoro, *"Computing nine new best-so-far solutions for Capacitated VRP with a cellular Genetic Algorithm,"* Inf. Process. Lett., vol. 98, no. 6, pp. 225–230, 2006, doi: 10.1016/j.ipl.2006.02.006.

[5] P. Kilby and P. Shaw, *"Vehicle Routing,"* no. May, pp. 801– 836, 2006, doi: 10.1016/s1574-6526(06)80027-1.

[6] X. Li, *"Capacitated Vehicle Routing Problem with Time Windows: A Case Study on Pickup of Dietary Products in Nonprofit Organization,"* ProQuest Diss. Theses, no. July, p. 87, 2015, [Online]. Available: https://search.proquest.com/docview/1732390260?accountid=188395.

[7] M. M. Solomon, *"Algorithms for the Vehicle Routing and Scheduling Problems With Time Window Constraints.,"* Oper. Res., vol. 35, no. 2, pp. 254–265, 1987, doi: 10.1287/opre.35.2.254.

[8] O. Bräysy and M. Gendreau, *"Vehicle routing problem* with time windows, Part I: Route construction and local search algorithms," Transp. Sci., vol. 39, no. 1, pp. 104–118, 2005, doi: 10.1287/trsc.1030.0056.

[9] J. Oesterle and T. Bauernhansl, *"Exact Method for the Vehicle Routing Problem with Mixed Linehaul and Backhaul Customers, Heterogeneous Fleet, time Window and Manufacturing Capacity,"* Procedia CIRP, vol. 41, pp. 573– 578, 2016, doi: 10.1016/j.procir.2015.12.040.

[10] A. Olivera, *"Heuristicas para el Problema de Ruteo,"* 2004, [Online]. Available: https://www.fing.edu.uy/inco/pedeciba/bibliote/reptec/TR0408.pdf.

[11] A. Lüer, M. Benavente, J. Bustos, and B. Venegas, *"El problema de rutas de vehŕculos: Extensiones y métodos de resolución estado del arte,"* CEUR Workshop Proc., vol. 558, no. September 2014, 2009.

[12] G.Clarke and J.W.Wright, *"Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points Author (s): G . Clarke and J . W . Wright* Published by: INFORMS Stable URL: http://www.jstor.org/stable/167703," vol. 12, no. 4, pp. 568–581, 2018.

$$\sum_{k=1} \sum_{i=1} \sum_{j=1} c_{ij} \, x_{ij}^{k}$$

Sujeto a:

$$\sum_{k=1}^{6} \sum_{j=1}^{29} x^{k}_{ij} = 1 \qquad (k = 1, 2, \dots 6) \tag{12}$$

$$\sum_{j \in \delta^{+}(0)} x^{k}_{0j} = 1 \qquad (k = 1, 2, \dots 6) \tag{13}$$

$$\sum_{i \in \delta^{-}(j)} x^{k}_{ij} - \sum_{i \in \delta^{+}(j)} x^{k}_{ji} = 0 \qquad (k = 1, 2, \dots 6, \; j = 1, 2, \dots 29) \tag{14}$$

$$\sum_{i \in \delta^{-}(n+1)} x^{k}_{i,n+1} = 1 \qquad (k = 1, 2, \dots 6) \tag{15}$$

[13] F. Sánchez Hernández, *“Aplicación del modelo VRP (Vehicle Routing Problem) para la optimización de una red de distribución.,”* Universidad Nacional Autónoma de México, 2015.
[14] N. A. El-Sherbeny, “*Vehicle routing with time windows: An overview of exact, heuristic and metaheuristic methods,”* J. King Saud Univ. - Sci., vol. 22, no. 3, pp. 123–131, 2010, doi: 10.1016/j.jksus.2010.03.002.
[15] Capacity Constraints, *OR-Tools*, Creative Commons Attribution 4.0 License, Last updated 2020-06-26 UTC.